数值分析课程设计指导书

陈付广 编著

上海海洋大学海洋智能信息实验教学示范中心

实验 一 Mathematica 简介

一、实验目的

1）熟悉 Mathematica 软件的界面和菜单；
2）掌握 Mathematica 软件的语法要求。；
3）掌握文件的存储
4）掌握函数的定义

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1. 帮助;

2. 语法要求；　.

3. 文件的存储；

4. 函数图形的显示；

5. 函数的定义

四、实验步骤（描述详细过程）

1 帮助

（1）参考资料中心

(2) ? L*

(3) ? ? L*

图 1

1.2 关于 plot 的帮助

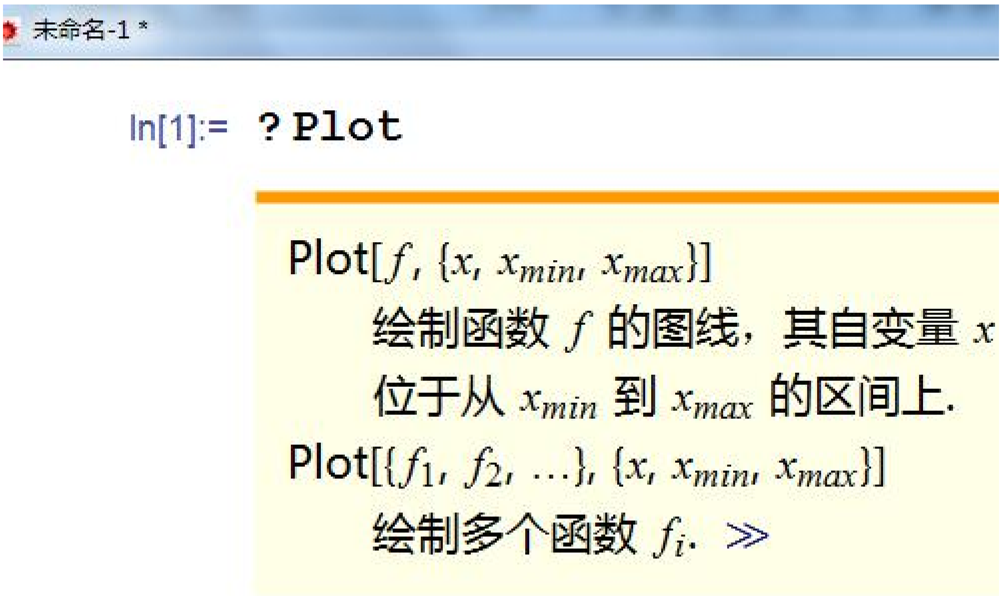


图 2

1.3 关于 plot 的详细解释

```
In[2]:= ?? Plot
```

Plot[f, {x, x_{min}, x_{max}}]
绘制函数 f 的图线，其自变量 x 位于从 x_{min} 到 x_{max} 的区间上.

Plot[{f_1, f_2, …}, {x, x_{min}, x_{max}}]
绘制多个函数 f_i. ≫

```
Attributes[Plot] = {HoldAll, Protected}

Options[Plot] =
 {AlignmentPoint → Center,
  AspectRatio → 1/GoldenRatio,
  Axes → True, AxesLabel → None,
  AxesOrigin → Automatic,
```

图 3

1.4 语法要求

（1）系统函数严格区分大小写，且第一个字母要大写，自变量要求放在方括号[]内。

（2）注释语句放在“（**）”中间。

（3）变量名最好小写。

（4）键盘上没有的字符或者记号可以求助于“面板”。

（5）标点符号必须在英文状态下输入。

“;”表示运算但不显示结果。“（）”仅用来改变运算次序，“{}”表示自变量范围。

（6）当一行命令过长时，可以用回车键换行

1.5 3 f [x_]:=函数的解析式

功能：定义一元函数 f (x)；

```
f[x_] := x
```

图 4

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1、

1）定义函数 $f(x)=\ln 4x+\arcsin x-x\cos x$ ， 并求 f(1/2)的近似值。

2)定义函数 $f(x\ ,y)=\sin(x+\ln y)+e^{x+\tan y}$，并求 f(1,2)的近似值。

3)画出函数 $f(x)=(x^2-x)\sin x$ ， $x\in[0,4]$的图形。

4)画出函数$\begin{cases} x=\sin t \\ y=\sin 2t \end{cases}$ ，$t\in[0,2\pi]$的图形。

5）画出椭球面$\begin{cases} x=2\cos u\sin v \\ y=5\sin u\sin v \\ z=3\cos v \end{cases}$，其中$u\in(0,2\pi)$， $v\in(0,2\pi)$。

6）画出椭球抛物面$z=(x^2+y^2)/3$，其中 $x,y\in(-4,4)$。

7）画出双曲抛物面$z=(x^2-y^2)/3$，其中 $x,y\in(-4,4)$。

8）画出圆柱螺线$\begin{cases} x=3\cos 4t \\ y=3\sin 4t \\ z=t \end{cases}$，其中$t\in(0,5)$。

9）在同一坐标系中显示函数$\sin x, x-\frac{x^3}{3!}, x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}, x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}$的图形。

10）画出函数$f(x,y)=\sin(x+y)-y$，x、$y\in(-1,1)$的等高线图。

2、

1） 用参数函数与直接函数显示图形有什么区别？

2） 如何显示函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x & 0<x<2\\ x^2-x & -2<x\le 0\end{cases}$ 的图形？

3） 如何用函数图形求解方程 $x-\cos\frac{x}{3}=0$？

实验 二 数与表

一、实验目的

1）掌握 Mathematica 软件有关数的命令；
2）掌握 Mathematica 软件有关构建表函数的命令；
3)掌握 Mathematica 软件有关表函数运算的命令。

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1. 数的表示和计算；

2 表函数的构建；

3 表函数的运算。

四、实验步骤（描述详细过程）

1）a*b, a b

功能：求 a 和 b 的乘积，空格不能省略；

2）优先级：先乘方，再乘除，最后加减，但可以用括号改变优先顺序

3）虚数单位 i 用 I 表示，如 a+b I

4） N[x]

功能：将 x 转换为实数形式；

5) N[x,n]

功能：将 x 转换为最多具有 n 个数字精度的近似实数;

6) 变量的替换 P/.x->t+1

7) data1={a,b,c};data2={{a1,a2},{b1,b2}}

功能：表的直接表达法;

Range（数值表建表函数）

8) Range[正整数 n]；

9) Range[m, n]

功能：生成表｛m,m+1,...,n｝；

10) Range[m, n, d]

功能：步长为 d;

Table(通项表建表函数)

11）Table[fi, {i, min, max, step}]

功能：依照通项 fi 的规律，i 从 min 到 max，以 step 为步长，如步长为 1，可不写；

12) Table[fij,{i, imin,imax},{j, jmin, jmax}]

Array(特殊表建表函数)

13) Array[f,n]

14）Array[f,{n,m}]

功能：生成一个 n 行，m 列的以 f[i,j]为元素的矩阵

15) m1.m2 或者 m1*m2

功能：向量的内积，或者矩阵的乘积

表的结构运算

16)

Join[t1,t2,...]

Union[t1,t2,..]

Sort[t]

Union[t]

Reverse[t]

Apply[Plus, t]

Apply[Times, t]

表的集合运算

Union, Intersection, Complement

表的函数

```
Clear[a, x, y, z];
a = E; b = 3;
a - b;
a b;
a * b;
a / b;
a ^ b;
a ^ {1 / b};
Sqrt[a]
∜■
√e
```

```
Clear[a, b, c, d, x, y, z];
a /. a → 2
b = 2; b

2

2

a

a

b
```

```
Clear[a, b, c];
a = 1; b = 3; c = 4;
list1 = {{a}, {b}, {c}};
list2 = {{a, b, c}};
list3 = Transpose[list1];
Print["Vector 1 is given as V1=", MatrixForm[list1]];
Print["As the transpose of V1,Vector 3 is given as V3=", MatrixForm[list3]];
```

Vector 1 is given as V1= $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

As the transpose of V1,Vector 3 is given as V3= $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

```
Clear[a, b, c];
list4 = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 10}};
list5 = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 9}};
MatrixForm[list4]
Det[list4]
Det[list5]
```

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1 建立下列各表

A. ｛1， 3， 5， …， 99｝；

B. ｛n1, n2, …, n10｝，其中 n_i=i/i!,精确到 4 位有效数字；

C. 构建下列表格 {

{11, 12, 13, 14},
{21, 22, 23, 24},
{31, 32, 33, 34},
{41, 42, 43, 44}
})

2 随机生成10个元素、数值范围在（11，20）之间的表，并将元素从大到小排序。

3 对n取很大的数，验证$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \approx e$.

4 构造一个以1，-2，3，1为对角元的对角矩阵。

5 取出第1题C的矩阵的第2行、第三行与第2列交叉点元素、第1列以及由第1行和第2行、第2列和第3列构造的子矩阵。

6 计算下列矩阵的乘积

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

7 求矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

的逆矩阵。

8 假设矩阵A、B满足如下关系AB=A+2B，其中

$$A=\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

求B。

实验 三 矩阵的初等变换

一、实验目的

1. 矩阵的输入；
2. 矩阵的基本运算；
3. 矩阵的初等变换。

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1. 矩阵的输入

一般矩阵，特殊矩阵（单位阵，对角阵，Hilbert 矩阵）

2. 矩阵的基本运算

例 1 求两个矩阵的和。

例 2 矩阵的数量乘法

例 3 矩阵的乘法：a.b, a*b

3. 矩阵的初等变换

（1）交换两行向量的位置；

（2）用一个非零数乘以矩阵的某一行；

（3）矩阵的某一行乘以一个实数加到另一行上去。

例 4 用初等行变换将矩阵

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

化为行标准型。(RowReduced[])

四、实验步骤（描述详细过程）

1）矩阵的输入

一般矩阵，特殊矩阵（单位阵，对角阵，Hilbert 矩阵）

插入-表格/矩阵-新建

2）矩阵的基本运算：求和、数量乘积、乘法、求逆

```
Clear[a, b, c, i, j, k];
(*print a matrix a*)a = {{1, 2, 4}, {5, 7, 11}, {0, 4, 8}};
b = MatrixForm[a];
(*Print["a=",2 a];
Print["b=",2 b];*)
n = Length[a];
c = Table[i + j, {i, n}, {j, n}];
(*c//MatrixForm
*)
d = IdentityMatrix[n];
e = 3 d;
(*f=Table[i+2,{i,n}];
*)
f = {4, 8, 11};
g = Table[0, {i, n}, {j, n}];
Do[If[i == j, g[[i, j]] = f[[i]], g[[i, j]] = 0], {i, n}, {j, n}];
Table[a[[i, j]] = If[i <= j, i + j, 0], {i, n}, {j, n}];
h = Table[1 / (i + j - 1), {i, n}, {j, n}];
Print["the matrix a=", MatrixForm[a]]
c // MatrixForm;
Det[h];
a - c // MatrixForm;
a.c // MatrixForm;
a * c // MatrixForm;
2 a;
Det[a];
i = Inverse[a];
a.i;
i.a;
b = Table[j + 2 i - 1, {i, n}, {j, n}];
Det[b];
(*Inverse[b];*)
d = Transpose[a];
d[[1]];
e = Table[a[[i, 1]], {i, n}];
```

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1．求下列矩阵及其转置的和。

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

2．将矩阵

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

化为标准型，分别用两种方法（1）直接用初等行变换；（2）用 RowReduced 命令。

3. 写出下列方程组的增广矩阵，并将其化为行标准型。

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases}$$

4.在计算机上验证：上三角形矩阵的乘积还是上三角矩阵。

5.验证：主对角元全为 0 的上三角矩阵 A 的平方也是主对角元全为 0 的上三角矩阵。

6. 设

A=$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$,计算 AB^T， B^TA，AA^T，BB^T+AB^T.

6.验证对于任何 n 阶方阵，若 $A+A^T$是对称矩阵，则 $A-A^T$是反对称矩阵。

实验 四 向量组的线性相关性分析及矩阵求逆

一、实验目的

1） 学会利用 mathematica 判断向量组的线性相关性；
2） 求向量组或矩阵的秩；
3） 方阵的行列式
4） 求方阵的逆

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1. 判断向量组的线性相关性

例 1 给定向量组 T:

$\alpha_1 = (-1\ 1\ 1\ 0\ 0)^T$, $\alpha_2 = (1\ 2\ 1\ -1)^T$,

$\alpha_3 = (0\ 1\ 1\ -1)^T$,

$\alpha_4 = (1\ 3\ 2\ 1)^T$, $\alpha_5 = (2\ 6\ 4\ -1)^T$,

试问向量组是否线性相关，求向量组的秩。

2. 计算行列式

例 2 计算 4 阶 Hilbert 矩阵的行列式

3. 求方阵的逆

（1）运用初等行变换

（2）运用内部命令

例 3 运用两种方法求方阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

的逆。

四、实验步骤（描述详细过程）

1）求方阵的逆

输入矩阵-inverse[a]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix};$$

Inverse[A]

图 1

```
Clear[alpha, a, x, y, i, j, n];
alpha1 = {-1, 1, 0, 0};
alpha2 = {1, 2, 1, -1};
alpha3 = {0, 1, 1, -1};
alpha4 = {1, 3, 2, 1};
alpha5 = {2, 6, 4, -1};
n = Length[alpha1];
(*a1 x1+a2 x2+...+a5 x5=0;
Do[a[[i]]={alpha1[[i]],alpha2[[i]],alpha3[[i]],alpha4[[i]],alpha5[[i]]},{i,n}];*)
a = Table[0, {i, 5}, {j, n}];
a[[1]] = alpha1;
a[[2]] = alpha2;
a[[3]] = alpha3;
a[[4]] = alpha4;
a[[5]] = alpha5;
a = Transpose[a];
a // MatrixForm
b = RowReduce[a];
count = 0;
Do[If[Norm[b[[i]]] ≠ 0, count = count + 1], {i, n}];
Print["the rank of the matrix R(a)=", count];
MatrixForm[b]
```

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

the rank of the matrix R(a)=4

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

```
Clear[a, b, c, x, y, i, j, n];
n = 4;
a = Table[1 / (i + j - 1), {i, n}, {j, n}];
(*1st method by using finding the rank of the matrix*)
b = RowReduce[a];
count = 0;
Do[If[Norm[b[[i]]] ≠ 0, count = count + 1], {i, n}];
If[count == n, Print["the determinant of a is given as", Det[a]], Print["the matrix a is singular!"]];
```

the determinant of a is given as $\frac{1}{6048000}$

图 2

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1．求向量组

$\alpha_1 = (1\ 2\ -1\ 0)^T$, $\alpha_2 = (2\ 4\ -2\ 0)^T$,

$\alpha_3 = (1\ 3\ 1\ 2)^T$,

$\alpha_4 = (1\ 1\ 3\ 5)^T$，$\alpha_5 = (1\ 1\ -3\ -2)^T$，

的秩和一个最大线性无关组。

2．求下列矩阵的秩：

（1）$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

（2）$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

3. 求下列矩阵的逆。

（1）$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$　　（2）$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

（3）$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$　　（4）$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

4.求下列矩阵方程。

（1）$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

6. 求下列线性变换的逆变换。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

实验 五 线性方程组的解法

一、实验目的

（1）齐次线性方程组的解法；
（2）非齐次线性方程组的解法；

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1. 齐次线性方程组 MX=0 的解法

NullSpace

例 1 求齐次方程组

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & -1\\ 2 & 5 & 4\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\ 3\\ 0\end{pmatrix}$$

例 2 求齐次方程组

$$x_1+2x_2+3x_3+2x_4=0$$

$$4x_1+5x_2+6x_3+x_4=0$$

$$7x_1+8x_2+9x_3=0$$

的解。

例 3 求齐次方程组

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & -1 & 4\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\ 7\\ 1\end{pmatrix}$$

例 4 求齐次方程组

$$x_1+3x_2+4x_3=1$$

$$2x_1+x_2+3x_3=1$$

的通解。

四、实验步骤（描述详细过程）

1）齐次线性方程组 MX=0 的解法

NullSpace

NullSpace[A]

图 1

```
Clear[a, b, i, j, k, x, n];
a1 = {1, -2, -1};
a2 = {2, 5, 4};
a3 = {0, 1, 0};
b = {2, 3, 0};
n = Length[a1];
a = Table[0, {i, n}, {j, n}];
a[[1]] = a1;
a[[2]] = a2;
a[[3]] = a3;
(*the first method*)
If[Det[a] ≠ 0, Print["the solution of the equations is given as x=", MatrixForm[Inverse[a].b]];
  Print["the homogeneous equations have no base vectors in the null space."],
  Print["the base vector(s) is given as ", MatrixForm[NullSpace]]];
```

the solution of the equations is given as x= $\begin{pmatrix} \frac{11}{6} \\ 0 \\ -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$

the homogeneous equations have no base vectors in the null space.

```
m = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 9}};
NullSpace[m]
```

{{1, -2, 1}}

```
Eigenvectors[a]
```

$\left\{\left\{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(-2-\sqrt{7}\right), 2+\sqrt{7}, 1\right\}, \{-5, 2, 1\}, \left\{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(-2+\sqrt{7}\right), 2-\sqrt{7}, 1\right\}\right\}$

```
Eigensystem[a]
```

$\left\{\left\{2+\sqrt{7}, 2, 2-\sqrt{7}\right\}, \left\{\left\{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(-2-\sqrt{7}\right), 2+\sqrt{7}, 1\right\}, \{-5, 2, 1\}, \left\{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(-2+\sqrt{7}\right), 2-\sqrt{7}, 1\right\}\right\}\right\}$

```
Clear[a, b, c, x, y, z];
x = {1, 2, 4, 6, 9};
y = {-1, 2, 0, 3, 1};
n = Length[x];
a = Table[0, {i, n + 1}, {n + 2}];
a[[1, 1]] = "k"; a[[1, 2]] = "x[k]"; a[[1, 3]] = "f[x[k]]"; a[[1, 4]] = "1st order DQ"; a[[1, 5]] = "2nd order DQ";
a[[1, 6]] = "3nd order DQ"; a[[1, 7]] = "4nd order DQ";
Do[a[[i, 1]] = i - 2; a[[i, 2]] = x[[i - 1]]; a[[i, 3]] = y[[i - 1]], {i, 2, n + 1}];
Do[a[[i, j]] = (a[[i, j - 1]] - a[[i, j - 2]]) / (a[[i, 2]] - a[[*, 2]]), {i, 2, n + 1}, {j, 4, n + 2}];
a // MatrixForm
```

图 2

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1．求齐次方程组

$2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 2$

$x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 4$

$4x_1 - 6x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4$

$3x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 9$

的通解。

2．判断下列向量组是否线性相关？

（1）$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$　　$\alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$　　$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. 求线性空间R^4中从基$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$到基$\{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}$的坐标变换矩阵，其中

$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\alpha_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;

$\beta_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$\beta_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$，$\beta_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$，$\beta_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

4.计算下列线性方程组的解：

（1）$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$　　（2）$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & -4 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & -9 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

5.计算下列方程组的基础解系：

（1）$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$　　（2）$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 & 1 \\ 6 & 3 & 4 & 0 \\ 5 & -2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

6.求解下列线性方程组：

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & -1 & -2\\ 4 & 1 & 2 & 1\\ 2 & 5 & 4 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\ 3\\ 0\\ \frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

7. 计算下列方阵的全部特征值与特征向量：

$$\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

实验 六 求导数和求微分

一、实验目的

（1）求极限；
（2）求微分和导数；
（3）求积分

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1）求极限 Limit[f[x],x->x0,Direction->1(-1)]
2）求导数
D[f[x],x]
D[f[x],{x,n}]
Dt[f[x]]
3) 求由参数方程确定的函数的导数
ParametricD[x_,y_,t_]:=D[y,t]/D[x,t]
4)求隐函数的导数
ImplyD[]

四、实验步骤（描述详细过程）

1）求极限 Limit[f[x],x->x0,Direction->1(-1)]

```
Limit[x^2 + 2 x + 1, x → 1, Direction → 1]
```

图 1

```
Clear[x, f, g, y, n, b, a];
f[x_] := If[x == 0, 1, Sin[x] / x];
g[x_, y_] := x^2 + y^2;
D[f[x], x];
D[g[x, y], x];
Dt[g[x, y]];
I1 = NIntegrate[Sin[x] / x, {x, 0, 1}];
Print["I[1]=", I1];
n = 8; a = 0; b = 1; h = (b - a) / n;
x = Range[n + 1];
Do[x[[i]] = a + (i - 1) h, {i, 1, n + 1}];
T[h_] := h / 2 * Sum[f[x[[i]]] + f[x[[i + 1]]], {i, 1, n}];
Print["Trapezoid sum is given as T=", N[T[h]]];
S[h_] := 2 h / 6 Sum[f[x[[i]]] + 4 f[(x[[i]] + x[[i + 2]]) / 2] + f[x[[i + 2]]], {i, 1, 7, 2}];
Print["Simpson sum is given as S=", N[T[h]]];

I[1]=0.946083
Trapezoid sum is given as T=0.945691
Simpson sum is given as S=0.945691

Clear[x, f, g, y, n, b, a, h, l];
f[x_] := If[x == 0, 1, Sin[x] / x];
h[x_] := If[x ≤ 0, x^2, If[x == 0, 1, E^x]];
g[x_, y_] := x^2 + y^2;
D[f[x], {x, 3}];
Limit[f[x], x → 0];
Limit[h[x], x → 0, Direction → -1];
ParametricD[t_] := D[Sin[t], t] / D[Cos[t], t];
(*differentiate y w.r.t. x in a parametric function f(x,y)=1*)
D[x^2 + y^2 == 1, x, NonConstants → {y}]

2 x + 2 y D[y, x, NonConstants → {y}] == 0

? NonConstant
```

图 2

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1．求数列$\sqrt{2}$，$\sqrt{2+\sqrt{2}}$，$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$,…,$a_{n+1}=\sqrt{2+a_n}$的极限。

2．求极限：

(1) $\lim_{x\to 0} x^2 \ln x$　　　(2) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{(2x-30)^{20}(3x+2)^{30}}{(2x+1)^{50}}$ (4) $\lim_{x\to 0}\frac{tanx-sinx}{x^3}$

3. 求下列函数的导数

（1）$\mathrm{f(x)} = sin2xcos3x$　　（2）$\mathrm{f}(x) = \frac{1}{2^n n!}(x^2-1)^n$

4. 设$\mathrm{z} = x^2 + y^2, y = x^3 sinx$,求复合函数的导数。（NonConstants）

5. 求函数$\mathrm{y = arctanx}$的二阶导数。

6. 求$\mathrm{f(x)} = e^x\,sinx$的微分。

7. 求由参数方程 x=cost，y=sint 所确定的函数的导数。

8. 求由$x^2 + 2y^2 = 1$所确定的隐函数 y=y(x)的导数。

9. 已知$\mathrm{f(x,y)} = x^2y + y^3$,求其一阶偏导数和二阶偏导数。

10. 已知$\mathrm{f(x,y)} = \sqrt{x^2+y^2}$，求它的全微分。

实验 七 最小二乘法

一、实验目的

（1）利用散点图对函数对类型做出判断；
（2）求最小二乘解的方法；
（3）可化为线性拟合的几种曲线类型

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1）画散点图

例 1 在某化工生产过程中，为研究温度 x（˚C）对收率（产量）y(%)的影响，可测得一组数据，画出散点图，请求最小二乘解。

温 度 x（˚C）	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
收 率 y(%)	45	51	54	61	66	70	74	78	85	89

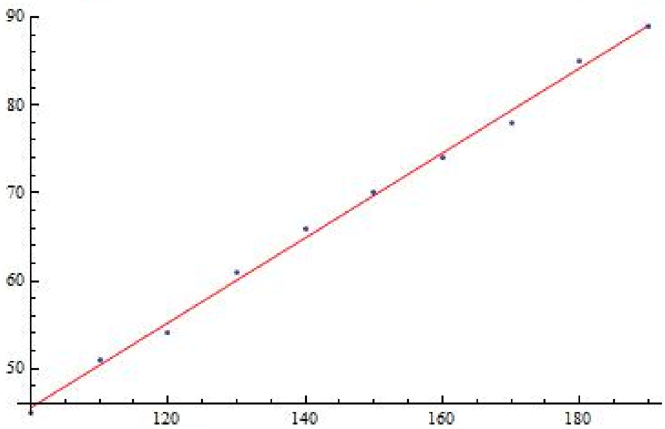
2）建立法方程，并求解

四、实验步骤（描述详细过程）

1

```
(*Case 1*)
Clear[x, y, f, g, n];
y = {45, 51, 54, 61, 66, 70, 74, 78, 85, 89};
n = Length[y];
(*omega={2,3,1,4,5,1,2,8,7,3};*)
x = Table[100 + (i - 1) * 10, {i, n}];
list = ListPlot[Table[{x[[i]], y[[i]]}, {i, n}]];
phi[x_, i_] := x^(i - 1);
(*a the coefficient matrix of the norm equations*)
a = Table[Sum[ phi[x[[k]], i] phi[x[[k]], j], {k, n}], {i, 2}, {j, 2}];
(*b the constant term of the norm equations*)
b = Table[Sum[phi[x[[k]], i] y[[k]], {k, n}], {i, 2}];
c = Inverse[a].b;
d = c.{phi[t, 1], phi[t, 2]};
e = Plot[d, {t, 100, 190}, PlotStyle → {Red}];
Print["The Least square of the point sequence is given as y=", N[d]];
Show[e, list]
```

The Least square of the point sequence is given as y=-2.73939 + 0.48303 t



The Least square of the point sequence is given as y=$-\frac{452}{165}+\frac{797\,t}{1650}$

图 1

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1．在研究化学反应速度时，得到下列数据：

x_i	3	6	9	12	15	18	21	24
y_i	57.6	41.9	31.0	22.7	16.6	12.2	8.9	6.5

其中 x_i 表示实验中做记录的时间，y_i 表示相应时间内反应混合中物质的量，试根据这组数据建立经验公式。

2．已知粘虫的生长过程与温度有关，数据如下表所示：

温度 t（°C）	11.8	14.7	15.4	16.5	17.1	18.1	19.8	20.3
历期 N	30.4	15.0	13.8	12.7	10.7	7.5	6.8	5.7

其中，历期 N 为卵块孵化成幼虫的天数。昆虫学家认为在 N 与 t 之间有以下关系

$$N = \frac{k}{t-c}$$

试求最小二乘解。

3. 为测定刀具的磨损速度，每隔一个小时测量一次刀具的厚度，由此得到以下数据：

时间 t	0	1	2	3	4	5	6	7
厚度 y	27.0	26.8	26.5	26.3	26.1	25.7	25.3	24.8

试根据这组数据建立 y 与 t 之间的拟合函数。

4. 一种合金在某种添加剂的不同浓度下进行实验，得到如下数据：

浓度 t	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0
抗压强度 y	25.2	29.8	31.2	31.7	29.4

已知 y 是 x 的二次函数，试用最小二乘法确定拟合函数曲线。

5. 据统计，中国 1973-1982 年自行车产销量的数据如下：

年度	1973	1974	1975	1976	1977	1978	7979	1980	1981	1982
产量	486.8	519.6	623.2	668.1	742.7	854.0	1009.5	1302.4	1754.3	2420.0
销量	443.2	453.1	561.4	620.0	682.0	809.6	954.5	1186.0	1582.0	2214.0

试建立销量对产量之间的关系方程，并预测 1983 年产量为 2758.2 时其销量的值。

实验 八 解方程

一、实验目的

（1）求不定积分和定积分；
（2）求方程的精确解和近似解；

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1）Integrate[]
2) NIntegrate[]
3) Solve[]
4)提取方程的解：/.%
4）NSolve[]
5) Roots[]
6) Reduce[]
注意 Reduce 与 Solve 的区别
7) 切线法 FindRoot[]
8）求方程组的解 Solve[{},{}]

四、实验步骤（描述详细过程）

1

```
Clear["Global`*"];
(*exp*)
f[x_] := E^(x - 1);
g[x_] := Log[2, x];
h[x_] := x^(2/3);
s[x_] := a x^2 + b x + c;
Integrate[f[x], x];
Integrate[f[x], {x, 0, 2}];
NIntegrate[f[x], {x, 0, 2}];
sol = Solve[a x^2 + b x + c == 0, x];
sol1 = NSolve[x^2 + 3 x + 3 == 0, x];
x = x /. sol;
y = x /. sol1;
Clear[x, y];
Roots[a x^2 + 3 x + 3 == 0, x];
Reduce[a x^2 + 3 x + 3 == 0, x];
FindRoot[x^2 + 3 x + 1 == 0, {x, 0}];
Clear[x];
sol2 = Solve[x^2 + 3 y + 1 == 0 && 2 y + 3 == x^3, {x, y}];
sol3 = Solve[x^2 + 3 x + 1 == 2 x + 3 - x^3, x];
sol3
z = x /. sol3;
```

$$\left\{\left\{x\to\frac{1}{3}\left(-1-2\left(\frac{2}{61+3\sqrt{417}}\right)^{1/3}+\left(\frac{1}{2}\left(61+3\sqrt{417}\right)\right)^{1/3}\right)\right\},\left\{x\to-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(\frac{2}{61+3\sqrt{417}}\right)^{1/3}-\frac{1}{6}\left(1-i\sqrt{3}\right)\left(\frac{1}{2}\left(61+3\sqrt{417}\right)\right)^{1/3}\right\},\left\{x\to-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\left(1-i\sqrt{3}\right)\left(\frac{2}{61+3\sqrt{417}}\right)^{1/3}-\frac{1}{6}\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(\frac{1}{2}\left(61+3\sqrt{417}\right)\right)^{1/3}\right\}\right\}$$

```
Plot[{x^2 + 3 x + 1 == 0, 2 x + 3 == x^3}, {x, -1, 2}]
```

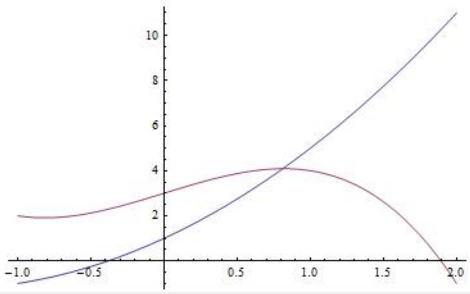


图 1

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1. 求下列积分

（1）$\int xarctanxdx$ （2）$\int\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}dx$

(3) $\int_1^e \sin(lnx)dx$ (4) $\int_{1/e}^e |lnx|dx$

2. 求方程$x^3-6x^2-2x+12=0$的全部解。

3. 求方程$\cot x = \frac{1}{x} - \frac{x}{2}$最接近于零的两个正根。

4. 求方程$\cos x = x^2$的全部根。

5. 解方程$x^5 - 2x + 1 = 0$。

6. 解微分方程$\dot{y} = x - y^2$。

7. 解微分方程$\dot{y} + y = 1$。

实验 九 编程初步

一、实验目的

1）掌握 Mathematica 软件全局变量与局部变量的区别；
2）掌握 Mathematica 软件程序结构。

二、实验环境

Windows7

三 1）Module[{局部变量列}，表达式列]

功能：定义局部变量、复杂函数或过程。

循环结构
2）While[条件，表达式]；
3) For[i=1,i<=imax,i++，表达式]；
4）Do[表达式，循环描述]；
5) FixedPoint[函数，初值]；
6)Nest[函数，表达式，整数 n]；

分支结构
7) If[条件，表达式]；
8)Which[条件 1，表达式 1，条件 2，表达式 2，…]；
9)Switch[判别表达式，模式 1，表达式 1，模式 2，表达式 2，…]；

10)Break[]；
11) Continue[]；
12)Return[];
13)Goto[]

四、实验步骤（描述详细过程）

1

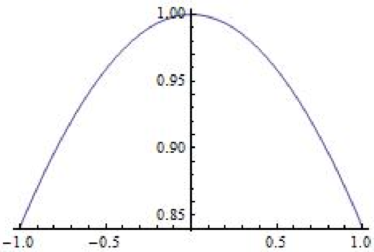
```
?Module
```

Module[{x, y, …}, expr] 指定 expr 中符号 x, y, …出现的位置应被当作局部值.
Module[{x = x0, …}, expr] 用来定义 x, … 的初始值. ≫

```
?For
```

For[start, test, incr, body] 执行 start，然后重复计算 body 和 incr，直到 test 不能给出 True. ≫

```
For[i = 1, i ≤ 5, i++,
  Print[i]
 ];

Do[Print[i], {i, 5}]

i = 1; While[i ≤ 5, Print[i]; i++];

(*find all the positive integers whose square are less than 100*)
Clear[i];
i = 1; While[i^2 ≤ 100, Print[i]; i++];
Clear[i];

Do[If[i^2 ≤ 100, Print[i]], {i, 10}]

For[i = 1, i ≤ 10, i++, If[i^2 ≤ 100, Print[i]]];

?FixedPoint

?If

Clear[f, x, i, j, k];
f[t_] := If[t == 0, Limit[Sin[x] / x, x → 0], Sin[t] / t];
f[0];
Plot[f[t], {t, -1, 1}]
```




```
Clear["Global`*"];
f[x_] := If[x < 0, -1, If[x == 0, 0, 1]];
```

图 1

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1.

1）打印 1，2，3 三个数。

2）打印$1+x^2, 1+(1+x^2)^2, 1+(1+(1+x^2)^2)^2$

3）运用 For 语句打印矩阵（$\begin{matrix} xy & xy^2 & xy^3 \\ x^2y & x^2y^2 & x^2y^3 \end{matrix}$）

4）输出所有小于 10 的素数。

5）描述函数$f(x)=\begin{cases} 1 & x>0 \\ 0 & x=0 \\ -1 & x<0 \end{cases}$ ，并求 f(0)，f(-3)，f(2)的值 .

(用两种方法)

6)计算 1+1/3+1/5+⋯+1/10 的值。

2. 思考与提高：

1） 随机生成元素在[0,9]以内的 3 阶方阵$A_{3\times3}$，直到$|A_{3\times3}| \neq 0$为止。然后计算

$A_{3\times3}$的逆阵。

2） 用迭代法求 10！

实验 十 高斯消去法

一、实验目的

1）掌握消元法的方法和应用；
2）掌握理解顺序消去法和列主元素消去法区别。

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1）Gauss 消去法
2）列主元消去法

四、实验步骤（描述详细过程）

1

```
Clear[A, b, c, i, j, k, n];
A = (1  2   3
     4  5  -1
     0 -2   2);
n = Length[A];
b = Range[n];
If[Det[A] != 0,
 (*the process of eliminating variables*)
 For[k = 1, k < n, k++,
   For[i = k + 1, i ≤ n, i++,
    s = A[[i, k]] / A[[k, k]];
    For[j = k, j ≤ n, j++,
     A[[i, j]] = A[[i, j]] - s A[[k, j]]
    ];
    b[[i]] = b[[i]] - s b[[k]]
   ]
  ]
  MatrixForm[A]
  (*the process of backward substitution*)
  For[i = n, i ≥ 1, i--,
   b[[i]] = (b[[i]] - Sum[b[[j]] A[[i, j]], {j, i + 1, n}]) / A[[i, i]];
  ];
 MatrixForm[b], Print["The Gauss Elimination method is invalid."]
]
```

$$\begin{pmatrix} \frac{63}{32} \\ -\frac{35}{32} \\ \frac{13}{32} \end{pmatrix}$$

```
Clear[A, b]; A = (1  2   3
                  4  5  -1
                  0 -2   2); c = Range[n];
Inverse[A].c
```

$$\left\{\frac{63}{32}, -\frac{35}{32}, \frac{13}{32}\right\}$$

```
(*Choosing Column pivot method *)
Clear[A, b, c, i, j, k, n];
```

图 1

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1）求方程组AX=b的解，其中A=$\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 3 & 1 & 0\\ 5 & 2 & 1\end{pmatrix}$，b=(1，1，1)^T。

2）用列主元素消去法求方程组$\begin{cases}x_1+x_2-3x_3=1\\ 3x_1-x_2-3x_3=4\\ x_1+5x_2-9x_3=0\end{cases}$的解。

3）试判断矩阵A=$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ -2 & 8 & 0\end{bmatrix}$能否做LU分解，如不能，说明理由；如能分解，试用追赶法求AX=b的解，其中b=(1，2，4)^T。

4）用LU(Doolittle)分解及列主元Gauss消去法解线性方程组

$$\begin{bmatrix}10 & -7 & 0 & 1\\ -3 & 2.099999 & 6 & 2\\ 5 & -1 & 5 & -1\\ 2 & 1 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8\\ 5.900001\\ 5\\ 1\end{bmatrix}.$$

实验 十一 平方根法

一、实验目的

1）掌握 Cholesky 分解的判据；
2）掌握理解平方根法和改进的平方根法区别。

二、实验环境

Windows7

三、实验内容

1）Cholesky 分解
2）改进的平方根法

四、实验步骤（描述详细过程）

1

```
Clear[a, b, c, n];
      2  -1  1
(*a= -1  -2  3 ;*)
      1   3  1
      1   0  1
(*a= -1   2  3 ;*)
      1   3  18
     1  -1  1
a = -1   2  3  ;
     1   3  18
n = Length[a]; b = Range[n + 3];
(*determine whether the matrix is positive definite or not*)
If[a == Transpose[a],
  lambda = Eigenvalues[a];
  count = 0;
  Do[
   If[lambda[[i]] > 0, count = count + 1, Print["The matrix is not positive definite"]; Break[]
   ], {i, n}];
  If[count == 3, Print["The matrix is positive definite."]],
  Print["The matrix is not symmetric."]
 ];
(*The Cholesky decomposition of matrix a*)
l = IdentityMatrix[n];
u = IdentityMatrix[n];
Do[u[[1, j]] = a[[1, j]], {j, n}];
Do[l[[i, 1]] = a[[i, 1]] / u[[1, 1]], {i, n}];
For[k = 1, k ≤ n, k++,
  For[i = k + 1, i ≤ n, i++,
   u[[k + 1, i]] = a[[k + 1, i]] - Sum[l[[k + 1, t]] * u[[t, i]], {t, k}]
  ];
  For[j = k + 2, j ≤ n, j++,
   l[[j, k + 1]] = (a[[j, k + 1]] - Sum[l[[j, t]] * u[[t, k + 1]], {t, j - 1}]) / u[[k + 1, k + 1]]
  ];
 ];
Print["The Cholesky Decomposition of a is given as a=", MatrixForm[l].MatrixForm[u]];
```

The matrix is positive definite.

The LU Decomposition of a is given as a= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

```
lambda
```

$\{-1-\sqrt{10},\ 3,\ -1+\sqrt{10}\}$

图 1

五、实验报告要求： 见附件

六、实验练习：

1）试判断矩阵 A 能否做 Cholesky 分解， 并求方程组 AX=b 的解，

其中 A=$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 7 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，b=(1，1，1)^T。

2）用改进的平方根法求方程组$\begin{cases} x_1+3x_2-3x_3=1 \\ 3x_1-x_2+5x_3=4 \\ -3x_1+5x_2-9x_3=0 \end{cases}$的解。

3）试判断矩阵 A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 0 \end{bmatrix}$能否做 Cholesky 分解，如不能，说明理由；如能分解，试用追赶法求 AX=b 的解，其中 b=(1，2，4)^T。

4）用改进的平方根法解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 10 & -2 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 6 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$